ВМК МГУ

Диффузная балансировка загрузки процессоров
Фрагмент лекции

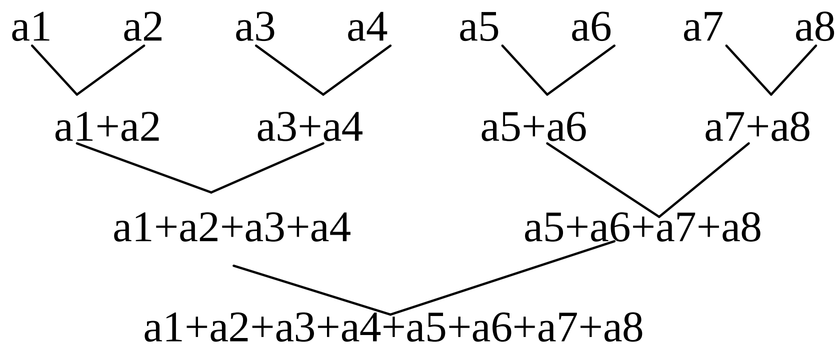
Якобовский Михаил Владимирович
проф., д.ф.-м.н.
ВМК МГУ,
Институт прикладной математики
им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Содержание лекции

- Методы построения параллельных алгоритмов и их свойства:
  - Статическая балансировка
    - метод сдваивания
    - геометрический параллелизм
    - конвейерный параллелизм
  - Динамическая балансировка
    - коллективное решение
    - диффузная балансировка загрузки

Метод сдваивания

- Каскадная схема



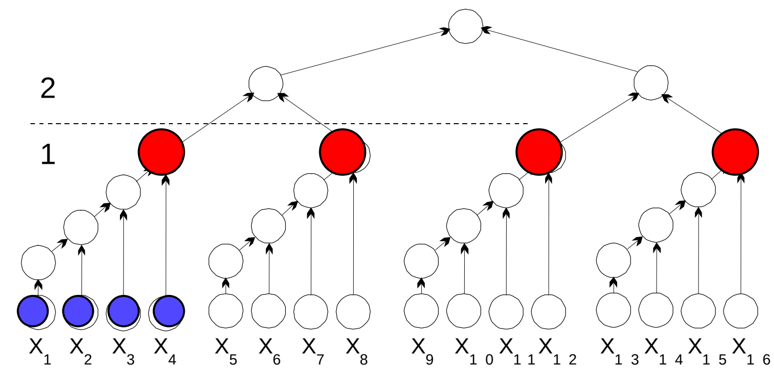
$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n$$

$$S_{p=n/2}(n) = \frac{(n-1)}{\log_2 n} \qquad E_{p=n/2}(n) \approx \frac{1}{\log_2 n}$$

Метод сдваивания

- Модифицированная каскадная схема

$$T_p = \frac{n}{p}\tau_c + (\tau_c + \tau_s)\log_2 p$$

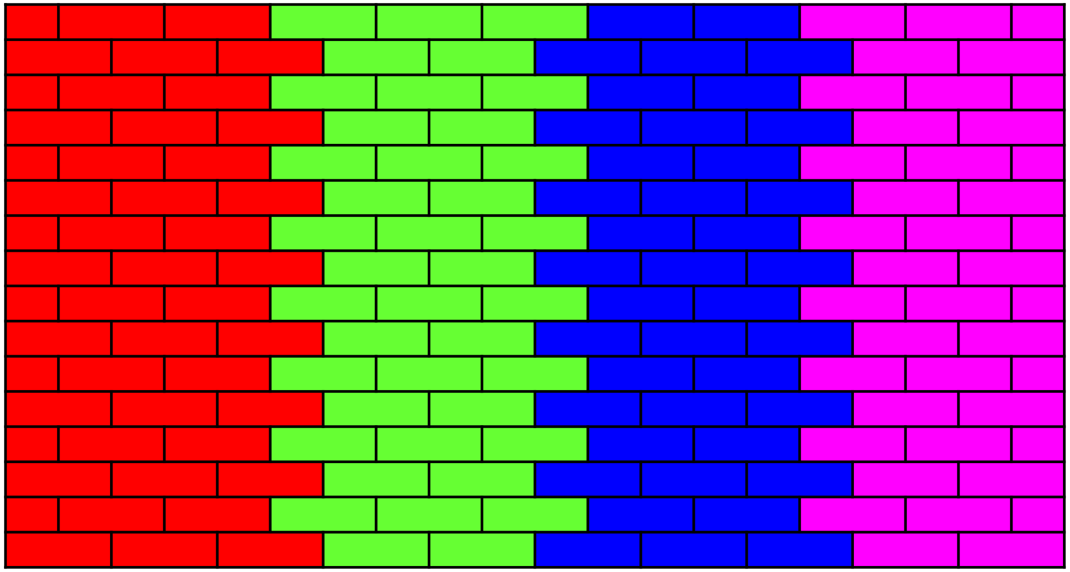


$$T_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx 2\tau_c \log_2 n, \qquad \tau_s = 0$$

$$S_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{n}{2\log_2 n - \log_2 \log_2 n} \approx \frac{n}{2\log_2 n} = \frac{p}{2}$$

$$E_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{1}{2}$$

Метод геометрического параллелизма

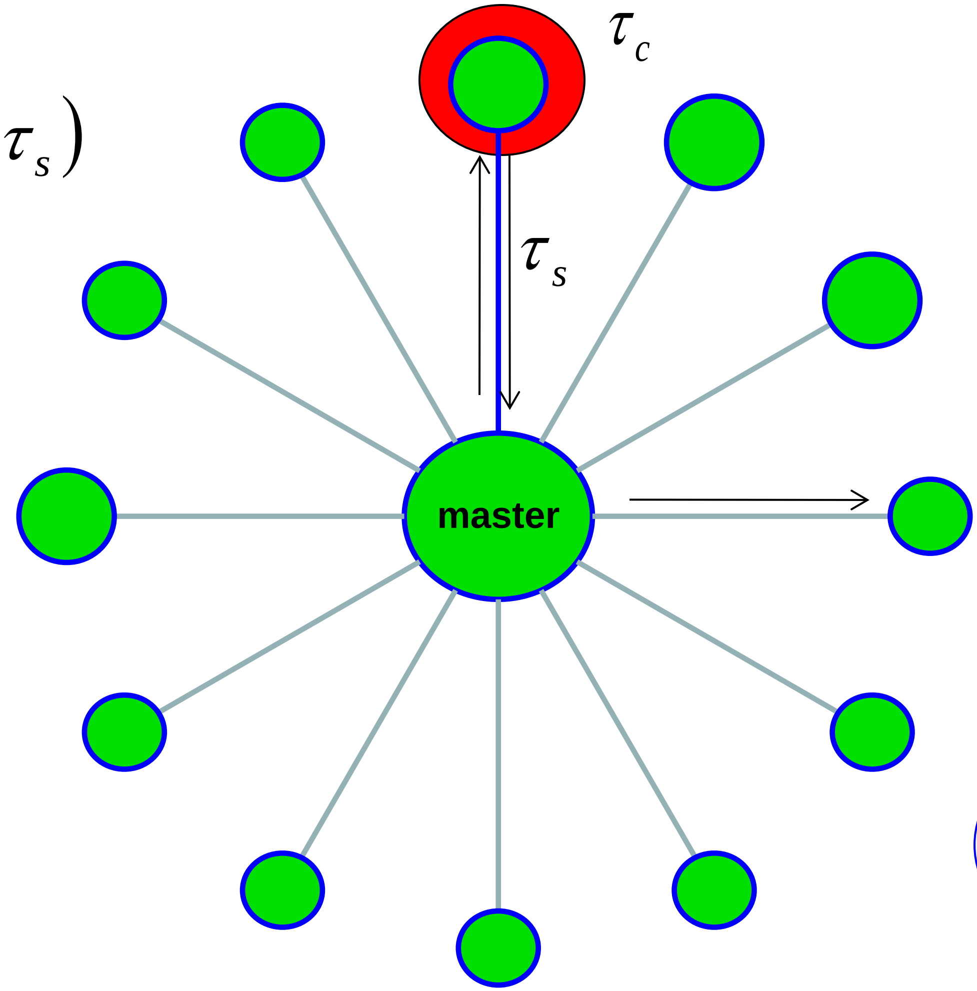


$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + 4k\tau_s$$

$$S_p(kn) = p \frac{1}{1 + 4\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1 + 4\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}}$$

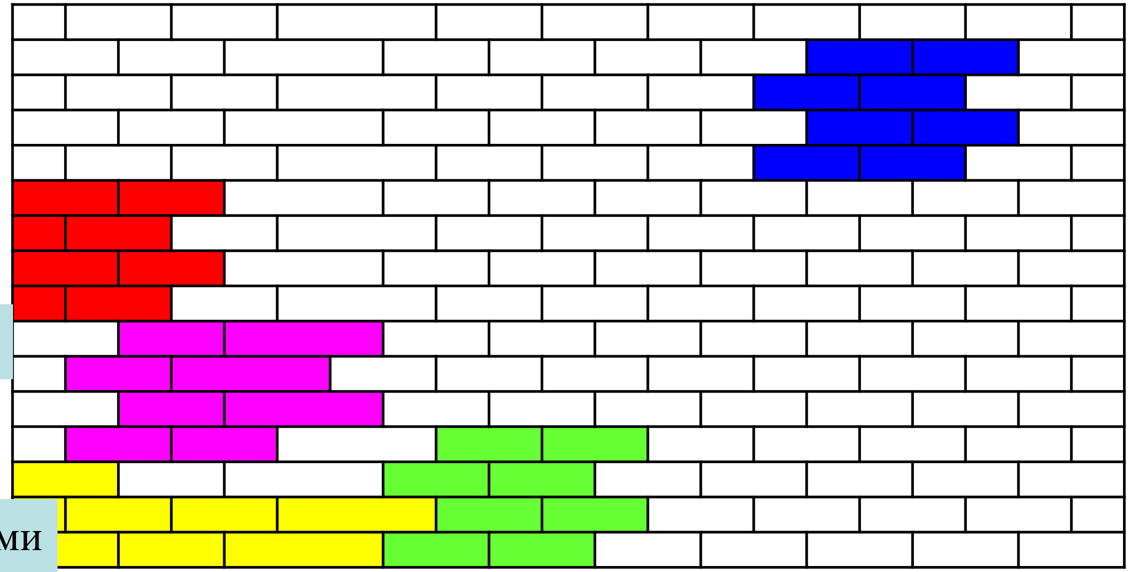
Метод коллективного решения

$$T_p = \frac{N}{p}\left(\tau_c + \tau_s\right)$$



$$p_{\max} = \frac{\tau_c}{\tau_s}$$

Метод коллективного решения (укладка паркета)



Число порций

Обработка порции

Обмен данными

$$T_1(kn) = \tau_c kn$$

$$T_p(kn) = \frac{kn}{rp}\left(r\tau_c + \tau_s\right)$$

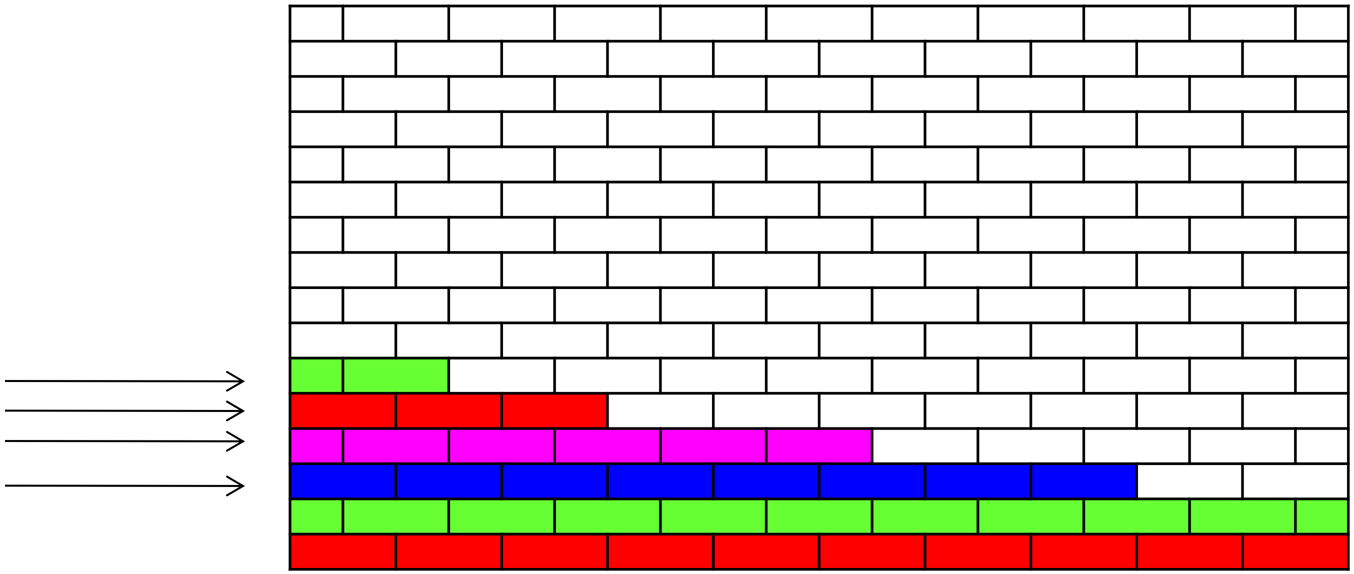
$$S_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \left(\frac{r\tau_c}{\tau_s}\right)^2 \frac{1}{1+\frac{r\tau_c}{\tau_s}} = p_{\max}\frac{1}{1+\frac{1}{p_{\max}}}$$

$$p_{\max} = \frac{r\tau_c}{\tau_s}$$

$$E_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \frac{1}{1+\frac{\tau_s}{r\tau_c}}$$

r – размер порции

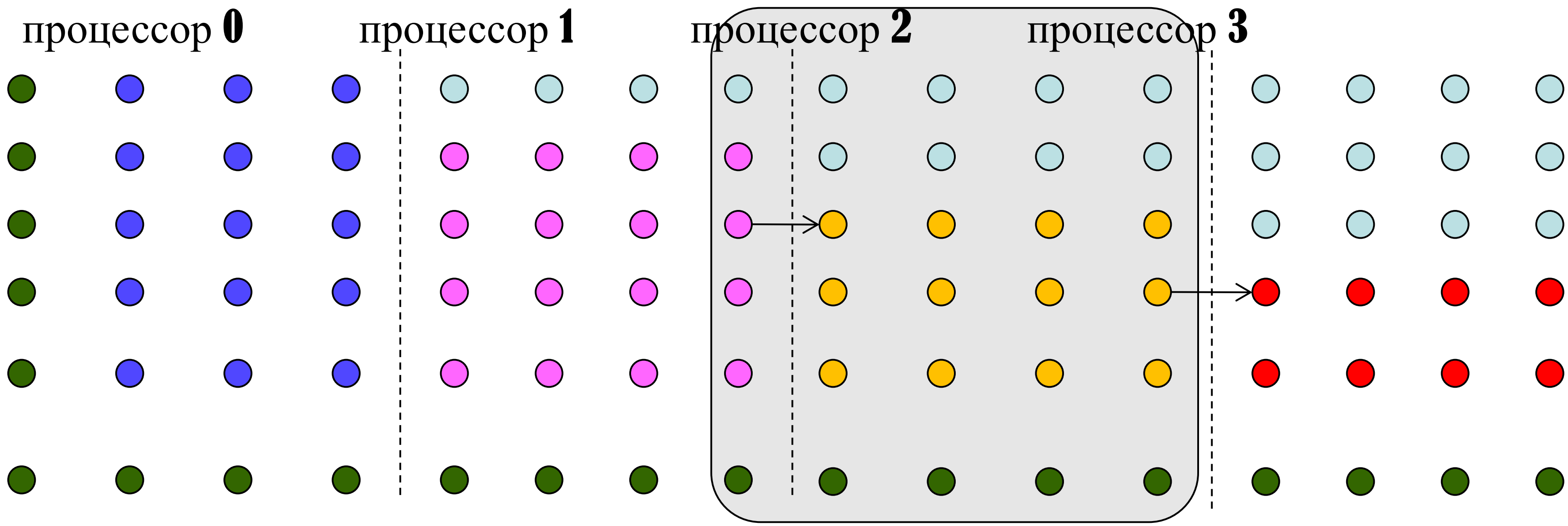
Метод конвейерного параллелизма



$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + k\frac{n}{p}\tau_s$$

$$S_p(kn) = p\frac{1}{1+\dfrac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1+\dfrac{\tau_s}{\tau_c}}$$

Метод конвейерного параллелизма



$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + 2k\tau_s$$

$$S_p(kn) = p \frac{1}{1 + 2\dfrac{p}{n}\dfrac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1 + 2\dfrac{p}{n}\dfrac{\tau_s}{\tau_c}}$$

Учет стартовых и финальных затрат

$$T^{all} = (p + k - 1)\left(\frac{n}{p}\tau_c + 2\tau_s\right)$$

$$p + k \gg 1$$

$$S_p^{all} = p\frac{1}{\left(1 + \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{k}}\right)\left(1 + 2\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}\right)}$$

$$E_p^{all} = \frac{1}{\left(1+\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{k}}\right)\left(1+2\frac{p\tau_s}{n\tau_c}\right)}$$

Метод эффективен при $p \ll k$

Максимальная степень параллелизма: $\min(n, k)$

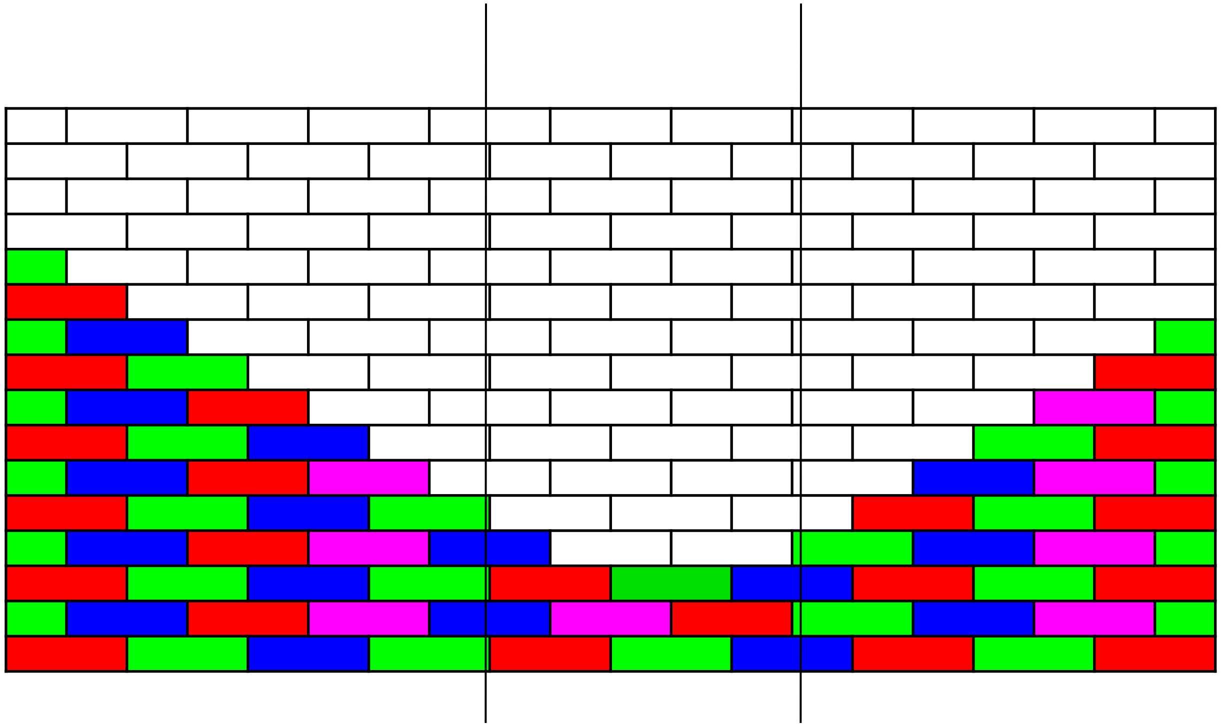
Максимальное ускорение: $\frac{pk}{p + k} \leq \frac{k}{2}$

Диффузная балансировка

- Причины дисбаланса вычислительной нагрузки
  – Разные процессоры
  – Внешнее воздействие
  – Разная вычислительная сложность заданий

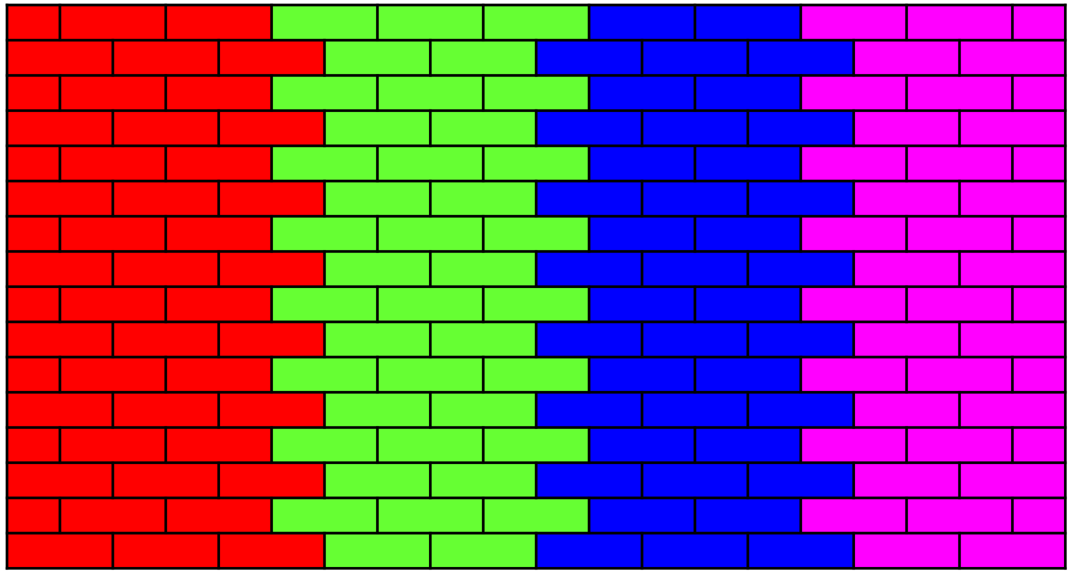
- Результат дисбаланса
  – Эффективная производительность определяется самым медленным процессором

Медленный процессор

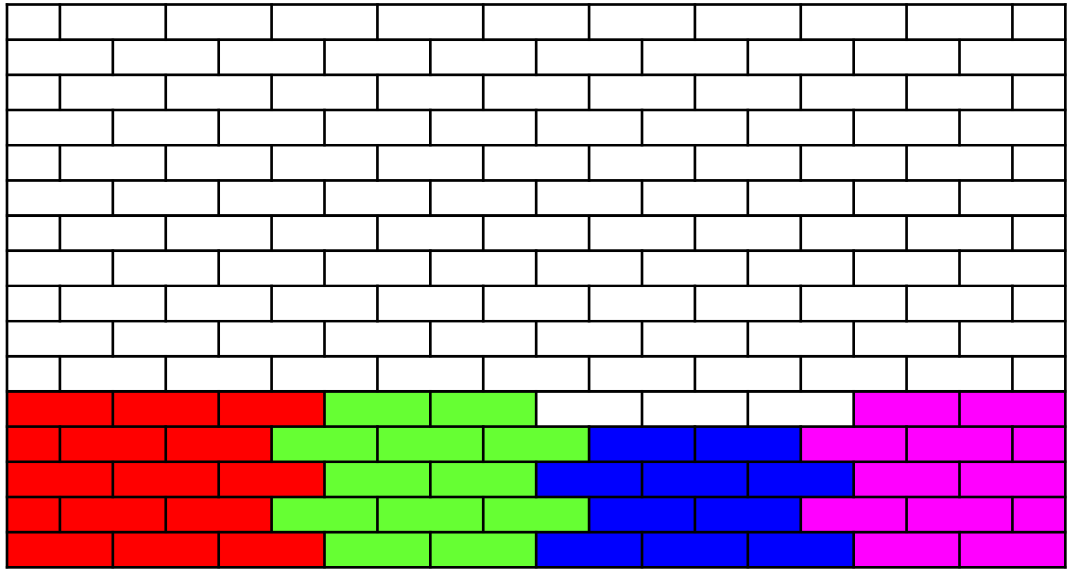


Какой объем работ забрать у среднего процессора и кому его передать?

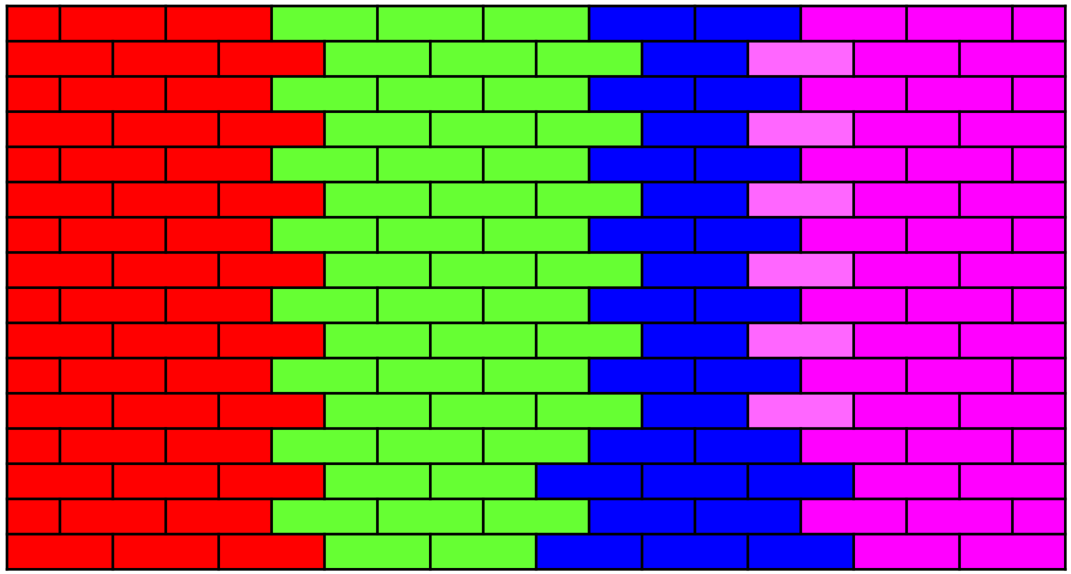
Метод геометрического параллелизма



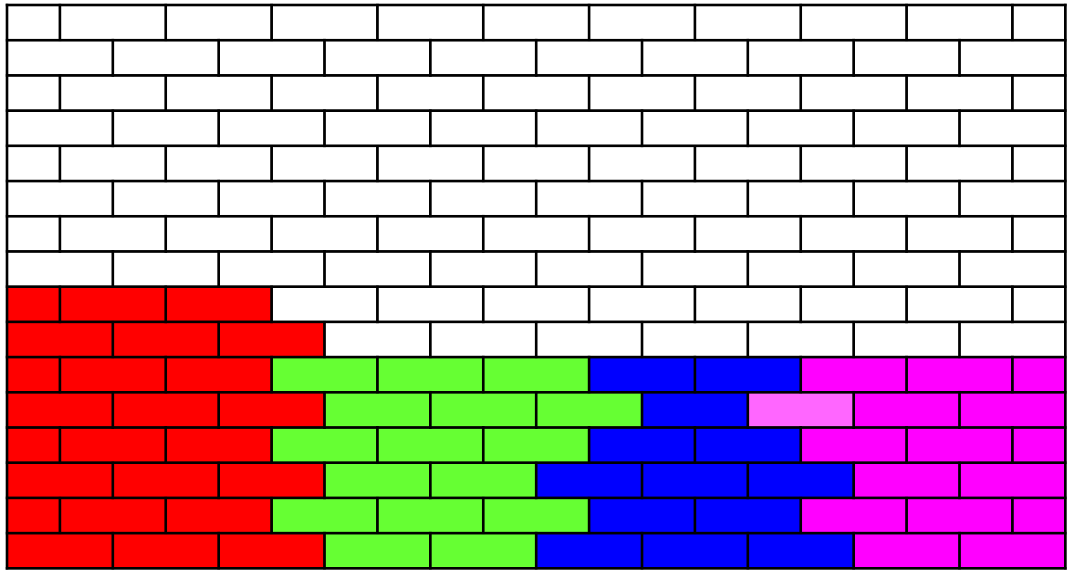
Метод геометрического параллелизма



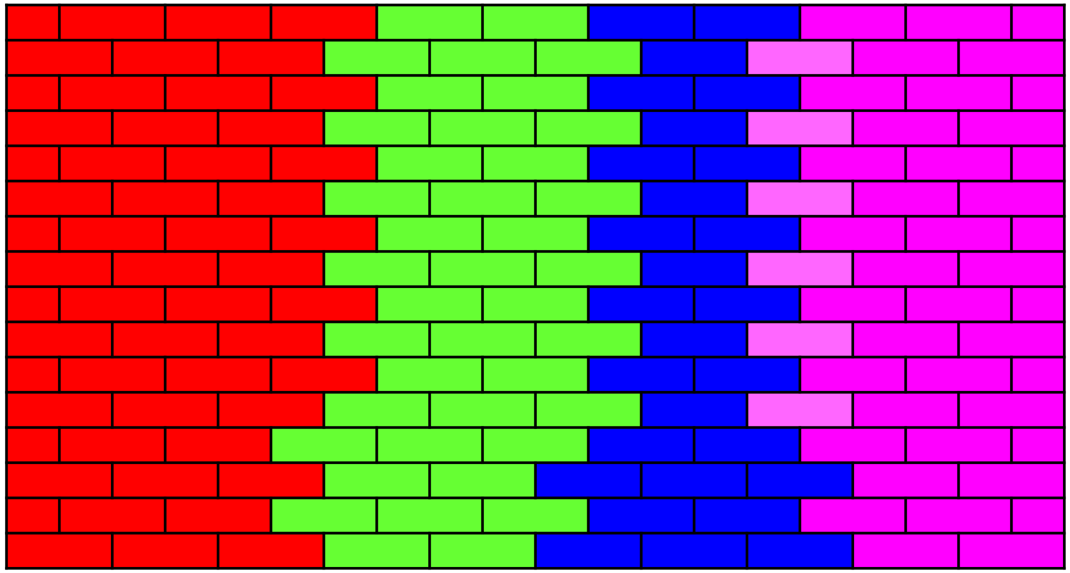
Диффузная балансировка загрузки



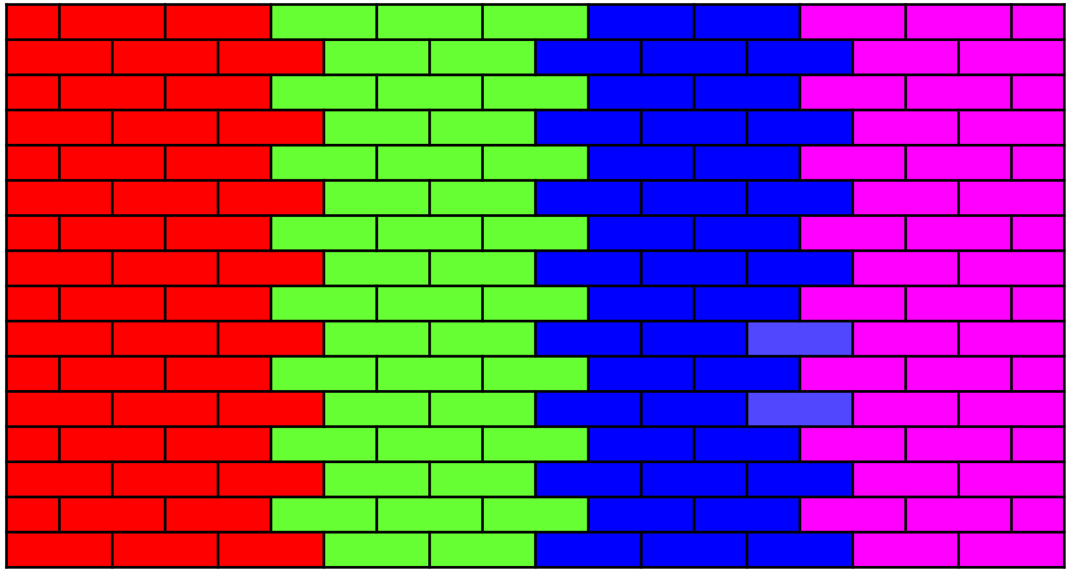
Диффузная балансировка загрузки



Диффузная балансировка загрузки



Статическое распределение



Постановка задачи диффузной балансировки

Дано:

- Количество точек – N
- Количество процессоров – p
- Процессор i обработал n_i точек за время t_i
- Для обработки любой точки требуется одинаковое число операций

Требуется:

- Найти количества точек n'_i , которое следует обработать процессорам на следующем шаге
- Определить сколько точек каждый из процессоров должен передать соседним процессорам

Диффузная балансировка

$$n_i' = N \frac{\dfrac{n_i}{t_i}}{\sum\limits_{j=0}^{p-1} \dfrac{n_j}{t_j}}$$

В предположении одинаковой трудоёмкости обработки каждой из точек

Диффузная балансировка

$$n_i' = N \frac{\frac{n_i}{t_i}}{\sum_{j=0}^{p-1} \frac{n_j}{t_j}}$$

В предположении одинаковой трудоёмкости обработки каждой из точек

Контакты

Якобовский М.В.

проф., д.ф.-м.н.,

зав. сектором

«Программного обеспечения вычислительных систем и сетей»

Института прикладной математики им. М.В.Келдыша Российской академии наук

mail: lira@imamod.ru

web: http://lira.imamod.ru